

MATEMÀTIQUES

FEINES DE SETEMBRE

QUART D'ESO Acadèmiques

CURS 2017 - 2018

Nom i Llinatges: _____

RECULL D'EXERCICIS DE 4t ESO OPCIO ACADÈMIQUES

1a AVALUACIÓ

NOMBRES REALS. RADICALS I POTÈNCIES

1. Classifica els següents nombres: $1'3\overline{2}$, $\sqrt[5]{-32}$, $\frac{399}{19}$, $\sqrt{12}$
2. Expressa els següents conjunts de nombres en totes les formes possibles:
a) $(-\infty, 7] \cap (-3, 10)$ b) $(4, +\infty)$ c) $] -2, 3]$
d) $[0, +\infty)$ e) $[-3, 4] \cap]0, 5]$ f) $(-\infty, 5[\cup] -4, 7[$

3. Expressa i opera en notació científica:

$$(0'031 + 0'00178) \times 2.100.000 =$$

4. Expressa en forma de potència simplificant al màxim:

$$\text{a) } \frac{12^3 \cdot 15^4}{9^5 \cdot 20^3} \quad \text{b) } \frac{(a^5)^2 \cdot (b^{-2})^3 \cdot c^3}{(a^{-3})^{-2} \cdot b^8 \cdot c^{-5}} \quad \text{c) } \left(\frac{5}{7}\right)^6 : \left(\frac{7}{25}\right)^{-3}$$

5. i) Simplifica els següents radicals extraient factors:

$$\sqrt[6]{16a^2b^8c^{10}} \qquad \sqrt[3]{\frac{27a^4b^5}{81a^7b^{12}}}$$

- ii) Introdueix els coeficients al radical i simplifica:

$$\frac{2}{3} \sqrt[3]{\frac{81}{4}} \qquad x^3 a^2 y \sqrt[4]{xa}$$

6. Simplifica al màxim aquestes expressions fent ús de les propietats de les potències i els radicals :

$$\text{a) } \left(\sqrt{x \sqrt{\frac{1}{x}}} \right)^3 = \quad \text{b) } \sqrt{8} + \sqrt{18} + \sqrt{\frac{2}{25}} = \quad \text{c) } \sqrt{\frac{1}{x^3} \sqrt{\frac{y}{x^5}}} = \quad \text{d) } \frac{\sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x} \sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^5}}$$

7. Efectua les següents operacions i simplifica:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } 5\sqrt{75} - 8\sqrt{48} + 3\sqrt{27} = & \text{b) } \sqrt{ab^5} \cdot \sqrt[3]{2a^5b^4} & \text{c) } \sqrt[3]{\sqrt{192}} & \text{d) } \frac{\sqrt{3\sqrt{6}}}{(\sqrt[6]{4})^2} \\ \text{e) } 5\sqrt{12} + 7\sqrt{27} - \sqrt{243} - \frac{1}{2}\sqrt{75} = & \text{f) } \sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt[5]{a^5} \cdot \sqrt[6]{a^4} = & & \end{array}$$

8. Racionalitza:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \frac{6}{7\sqrt{2}} = & \text{b) } \frac{2}{2\sqrt{3} - \sqrt{5}} = & \text{c) } \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7} + \sqrt{3}} = \\ \text{d) } \frac{1 - \sqrt{3}}{2\sqrt{3} + 1} = & \text{e) } \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt[3]{5^3}} = & \\ \text{f) } \frac{-6}{2\sqrt[4]{7}} = & \text{g) } \frac{7}{\sqrt{11} - 3} = & \end{array}$$

9. Calcula i expressa el resultat en notació científica.

$$\text{a) } 9^3 \cdot 10^5 + 7^9 \cdot 10^3 \quad \text{b) } \frac{2^4 5 \cdot 10^{-5} - 4^3 \cdot 10^{-8}}{7^6 \cdot 10^4}$$

POLINOMIS I FRACCIONS ALGEBRAIQUES.

1. Divideix $x^5 + 7x^3 - 5x + 1$ entre $x^3 + 2x$ i escriu els polinomis quocient i residu resultants de la divisió.

2. Calcula el quocient i el residu d'aquestes divisions. Realitza cadascuna d'elles per un mètode diferent.

$$\text{a) } (x^5 + x^3 - 5x + 10) : (x^2 + 2x - 2)$$

$$\text{b) } (x^4 + 2x^2 - x - 3) : (x + 1)$$

3. Quin ha de ser el valor de m perquè el residu de la divisió de $P(x) = x^4 - mx^3 - 2x^2 + x - 2$ entre $x + 3$ sigui igual a 4?

4. Donats els polinomis $P(x) = -3x^4 + 9x^2 + 6x$ i $Q(x) = 6x^4 - 6x^3 - 12x^2$

a) Factoritza'ls i digues quines són les seves arrels

b) simplifica la fracció $\frac{P(x)}{Q(x)}$

5. Calcula el m.c.d. i el m.c.m. dels polinomis:

$$P(x) = x^3 - 4x^2 + 4x$$

$$Q(x) = x^4 - 4x^2$$

6. Troba totes les arrels possibles dels següents polinomis:

a) $P(x) = 4x^5 - 3x^3 + x^2$

b) $Q(x) = x^3 - 3x^2 - 25x - 21$

7. a) Defineix el Teorema del Residu.

b) Calcula el residu sense fer la divisió. $(2x^3 - x^2 + 7x - 9) : (x + 3)$

c) Obté el valor de m per que la divisió sigui exacta:

$$(x^3 + mx^2 + 2x - 10) : (x - 5)$$

8. Opera i simplifica si és possible:

a) $\frac{3}{2x+4} - \frac{x+1}{x^2-4} + \frac{x+5}{x^2-2x}$ b) $\left(1 - \frac{x-3}{x+3}\right) : \left(\frac{x-3}{x+3} - \frac{x+3}{x-3}\right)$

c) $\frac{-1}{3x+9} - \frac{x+1}{x^2-9} + \frac{x+5}{x^2-3x}$

9. Opera les següents fraccions algebraiques:

a) $\frac{3}{x+1} - \left(\left(\frac{x-1}{x^2-1} + 1\right)\right) =$ b) $\frac{x-3}{x} \cdot \frac{x^2+3x}{x^2-9}$ c) $\frac{2x-1}{x^2+2x} : \frac{4x}{x^3+2x^2}$

EQUACIONS

1. La hipotenusa d'un triangle rectangle mesura 5 cm i la suma de les longituds dels catets és 7 cm. Determina, mitjançant un sistema d'equacions, la mesura dels catets.
2. Inventa't una equació polinòmica de grau 3 que tingui de solucions $x = 0$, $x = -1$ i $x = 3$

3. Resol les següents equacions:

a) $3x + 4(-x - 6) = 5x - 6(-x + 1)$

b) $\frac{(x-3)^2}{4} - \frac{(2x-1)^2}{16} = \frac{35}{16}$

c) $1 + \sqrt{4 - 2x} = x + 11$

d) $4x^4 - 17x^2 + 4 = 0$

e) $x^4 - 2x^3 - 10x^2 + 4x + 16 = 0$

f) $\frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x} = \frac{10x+1}{x^2+x}$

g) $\frac{12-x}{x-6} = \frac{x-2}{x+6}$

h) $(x-2)(x^2-4) = 0$

i) $x^3 - 2x^2 + x = 0$

j) $\sqrt{2x+6} - 5 = 3x$

k) $x^4 - 10 = -3x^2$

l) $\frac{-2}{x-2} + \frac{1}{(x-2)^2} = \frac{9}{16}$

4. Resol els següents problemes d'equacions:

- a) Jorge té 3 discs més que Marta, Marta té 3 discs més que Alberto i aquest té 3 discs més que Sara. Si entre tots tenen 58 discs. Quants discs té cadascú?
- b) El transport de taxi costa 2,50 € de baixada de bandera i 1,50 € per cada kilòmetre recorregut. Si en un trajecte hem pagat 13 €, quina distància hem recorregut?

2a AVALUACIÓ

SISTEMES D'EQUACIONS I INEQUACIONS

1. Resol els següents sistemes d'equacions lineals pels tres mètodes:

$$a) \begin{cases} x + 5y = 7 \\ 3x - 5y = 11 \end{cases} \quad b) \begin{cases} \frac{x+2}{5} - \frac{3y-1}{10} = \frac{-3}{10} \\ \frac{2x+3}{8} + \frac{y+7}{4} = \frac{19}{8} \end{cases}$$

2. Resol els següents sistemes d'equacions no lineals

$$a) \begin{cases} x^2 + y^2 = 41 \\ x^2 - y^2 = 9 \end{cases} \quad b) \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{20} \\ x + 2y = 3 \end{cases}$$

3. Resol les següents inequacions i sistemes d'inequacions:

$$a) \frac{x+4}{3} + 3 \geq \frac{x+10}{6} \quad b) 3x(x+4) - x(x-1) < 15$$

$$c) \begin{cases} \frac{2x+5}{3} < x-1 \\ \frac{x}{3} - 1 < \frac{2x-1}{5} \end{cases} \quad d) \frac{3-2x}{x} \leq \frac{-5}{3}$$

4. Resol els següents problemes de sistemes d'equacions:

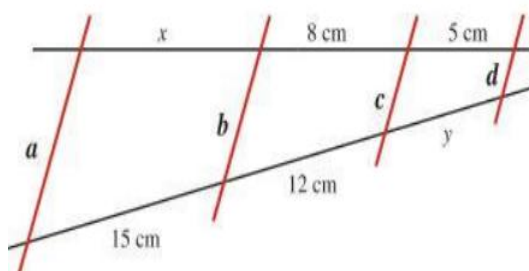
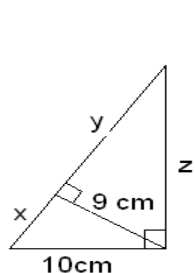
- D'un triangle rectangle sabem que la hipotenusa fa 10 m i l'àrea 24 m². Quant en fan els catets?
- Determina dos nombres la suma dels quals és 5 i la suma dels seus quadrats és 13.

5. Resol el següent sistema d'equacions i digues quantes solucions té:

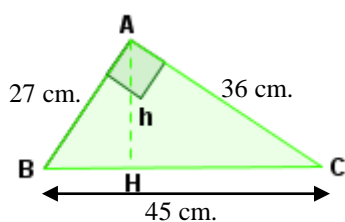
$$\left. \begin{aligned} 2x^2 + y^2 &= 25 \\ -3x^2 + 2y^2 &= 50 \end{aligned} \right\}$$

SEMBLANÇA

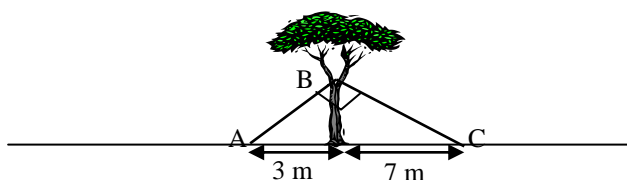
1. Les mesures dels costats d'un rectangle són 3 i 5 cm. Calcula els costats d'altre rectangle semblant a l'anterior que tingui 40 centímetres de perímetre.
2. Els costats d'un trapezi isòsceles són: $a = 2$ cm, $b = 2$ cm, $c = 4$ cm i $d = 7$ cm. I l'altura mesura 6 cm. Es sap que l'àrea d'altre trapezi semblant és 297 cm². Calcula les mesures dels costats del trapezi semblant.
3. Dues ciutats situades a 63 km estan representades en un mapa a una distància de 4 cm. A quina distància es trobaran dues ciutats que disten 233 km?
4. En un plànol d'una vivenda, a escala 1:350, les mesures del jardí rectangular són 36 mm i 29 mm. Quina és la superfície real del jardí?
5. L'ombra d'una torre elèctrica mesura 10 m i en el mateix instant, l'ombra d'un jove mesura 1,5 m. Si el jove té una altura de 1,8m. Quina és l'altura de la torre?
6. a) Troba x , y i z b) Troba els costats "x i y".



7. Calcula l'àrea del triangle ABH de la figura.



8. Un arbre està subjecte amb dos cordes i amb dos claus alineats amb ell, de manera que, com mostra la figura, el triangle ABC que es forma és rectangle. Calcula les mesures de les dos cordes.



9. En un triangle rectangle, els catets mesuren 24 i 7 cm, respectivament. Calcula el valor de la hipotenusa i les mesures de les projeccions dels catets sobre ella. Calcula també el valor de l'altura sobre la hipotenusa. (**Fes el dibuix**)

10. En un mapa que representa una zona muntanyosa indica que l'escala és de 1:25000. Calcula la distància real que separa dos refugis si en el mapa estan separats per 3,5 centímetres.

11. La raó de semblança entre les àrees de dos rectangles semblants és de $\frac{9}{16}$. Si el perímetre del menor és 138 m. Qui és el perímetre del major?

TRIGONOMETRIA

1. En Miquel vol sembrar tres arbres A, B i C formant un triangle. Si la distància entre els arbres A i B serà de 4 metres i entre els arbres A i C serà de 5 metres, a quina distància de B ha de sembrar l'arbre C per tal que B formi un angle de 49° amb els altres dos arbres?

2. Des de cert punt del terra es veu el punt més alt d'una torre formant un angle de 30° amb l'horitzontal. Si ens apropem 75 m cap el peu de la torre, aquest angle és de 60° . Troba l'altura de la torre.

3. Representa en la circumferència goniomètrica i calcula les raons trigonomètriques dels següents angles en funció de les raons trigonomètriques d'angles coneguts del 1r quadrant: (sense fer servir les tecles de les funcions trigonomètriques de la calculadora)

a) 240°

b) 150°

4. Sabent que $\operatorname{tg}(x) = 1,33$ i $0^\circ < x < 90^\circ$, troba les altres raons trigonomètriques (sense fer servir les tecles de les funcions trigonomètriques de la calculadora)

5. En un triangle rectangle, l'altura relativa a la hipotenusa divideix a aquesta en longituds de 5 cm i 14 cm. (són les projeccions respecte la hipotenusa). Calcula la longitud d'aquesta altura i de tots els costats del triangle. Dibuixa el triangle corresponent.

6. A partir dels valors de les raons trigonomètriques del primer quadrant, calcula el valor de les raons trigonomètriques sin, cosinus i tangent dels següents angles, sense utilitzar la calculadora.

a) 1035° ;

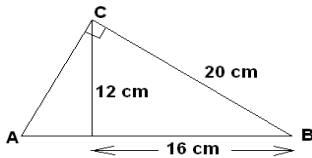
b) 240°

c) $5\pi/6$

7. Sabent que el $\cos \alpha = 0,5$ i que α està en el 4^a quadrant, calcula la resta de raons trigonomètriques.

8. Calcula la mesura dels angles B i C i el costat b d'un triangle rectangle, coneguent que l'angle A mesura 90° , $a = 91$ cm i $c = 35$ cm. Dibuixat el triangle.

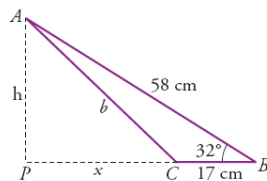
9. Calcula el sinus, cosinus i tangent de l'angle A en el següent dibuix.



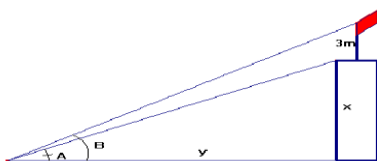
10. Calcula l'altura de la llum d'un far sobre un acantilat on la base es inaccessibles, si desde un vaixell es prenen les següents mesures.

- L'angle que forma amb la visual cap a la llum amb la línia horitzontal és de 25°
- Si ens allunyem 200 m, l'angle que forma ara amb la visual és de 10°

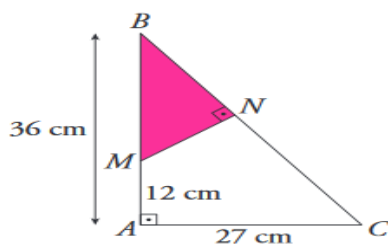
11. Calcula h, x i b



12. Des d'un punt P del sol veiem una bandera en el més alt d'una torre. Els angles A i B de la figura mesuren 27° i 31° respectivament. Si el màstil de la bandera mesura 3m, quina és l'altura de l'edifici?



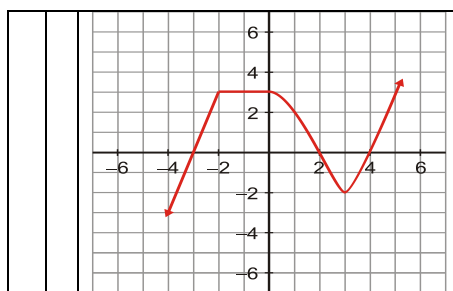
13. Els catets del triangle rectangle ABC mesuren $\overline{AB} = 36$ cm i $\overline{AC} = 27$ cm. Des d'un punt M del catet \overline{AB} , tal que $\overline{AM} = 12$ cm, es traça una perpendicular a la hipotenusa. Calcula l'àrea de cadascuna de les parts en que queda at el triangle.



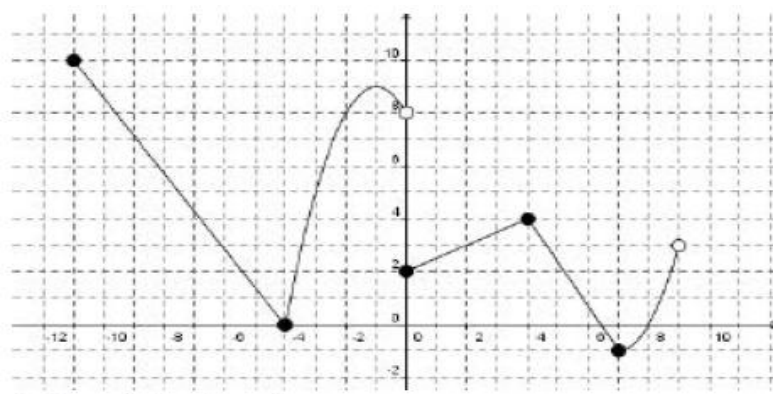
3a AVALUACIÓ

FUNCIONS

1. Observa el gràfic de la següent funció i respon quin n'és el domini, el recorregut, creixement - decreixement, continuïtat, màxims i mínims i tendència:

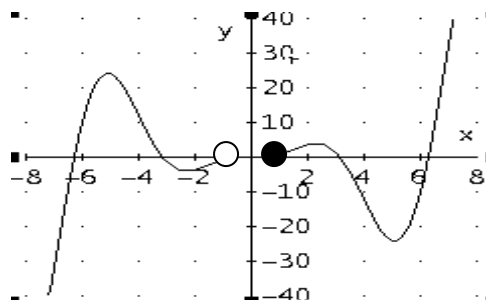


2. Donada la gràfica d'aquesta funció $y=f(x)$ determina:



- a) Domini i recorregut
b) Les imatges del 0 i del 4
c) Interval·s de creixement i decreixement
d) Màxims i mínims.
3. Donada la gràfica de la funció $f(x)$, estudia:

- a) Domini
b) Recorregut
c) Monotonia (creixement i decreixement)
d) Extrems relatius (màxims i mínims)
e) Es una funció contínua? I periòdica?
f) Calcula $f(-4)$ i $f(5)$



4. Considereu les funcions $f(x) = -2x + 2$ i $g(x) = -x^2 + x + 6$

- Trobeu els punts de tall dels seus gràfics amb els eixos i el vèrtex amb la paràbola de la funció $g(x)$
- Representeu gràficament les dues funcions sobre els mateixos eixos de coordenades.
- Indica els punts d'intersecció entre les dues funcions
- Calculeu el domini de la funció $\sqrt{g(x)}$

5. Troba el domini de definició de les funcions següents

a) $f(x) = 5x^{123} + x^{10} + 7$ b) $g(x) = \frac{3x}{x^2 + 36}$
c) $h(x) = \sqrt{2x^2 + 3x - 2}$ d) $f(x) = \frac{5x^3 - 1}{\sqrt{x - 25}}$

6. Calcula la taxa de variació mitjana en l'interval $[-2,5]$ de la funció

$$f(x) = \frac{2x^2 - 3}{x}$$

7. Digues de quin tipus és cada funció lineal, quin és el seu pendent i l'ordenada.

a) $f(x) = -x + 3$ b) $f(x) = \frac{2x - 5}{3}$ c) $f(x) = -6x$ d) $f(x) = 23$

8. Determina les equacions de les rectes:

- Que passi pels punts $(2,1)$ i $(-3,4)$.
- Que passi per $(-1,3)$ i té pendent 2.
- Que és paral·lela a la recta $y = -\frac{2}{5}x$ i passi pel punt $(2,-3)$.
- Calcula l'equació de la recta que passa pels punts $(2, -3)$ i $(-1, -7)$
- Calcula l'equació de la recta que talla a l'eix oy en el punt $(0, 5)$ i és paral·lela a la recta $y=3x-4$

9. Donada la funció $f(x) = 2 + \frac{1}{x-3}$:

- De quin tipus es aquesta funció ?. Com s'anomena el seu gràfic ?
- Quins moviments detectes en aquesta funció?
- Té asímptotes la funció $f(x)$?. Quines ?.
- Calcula $f(4)=$

10. Digues quina és la definició del logaritme i fes-la servir per calcular:

a) $\log_2 \sqrt{8} =$ b) $\log_3 \frac{1}{81}$ c) $\log_a \frac{1}{4} = 2$

11. Resol les següents equacions exponencials

b) $3^{x+2} = 1$

c) $3^x - 3^{x-1} + 3^{x-2} = 21$

12. Representa les següents funcions:

a) $g(x) = -x^2 + 4x - 3$ b) $f(x) = \frac{-5}{x+2}$ c) $g(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

d) $f(x) = \frac{2}{x-3} + 1$ a partir de $\frac{2}{x}$ e) $f(x) = \log_2 x + 1$ f) $g(x) = \frac{3}{x} - 2$

g) $h(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ h) $i(x) = \begin{cases} -2x + 6 & \text{si } x < 3 \\ 2x - 6 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$

13. Representa la següent funció definida a trossos i digues qui és el domini i el recorregut. Calcula $f(1,5)$ i $f(-3)$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x & \text{si } x \leq 1 \\ -2 & \text{si } 1 < x < 2 \\ -x + 2 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

14. Representa la funció $f(x) = \left|\frac{3}{x-1}\right|$ i calcula $f(0)$

15. Representa gràficament el punt d'intersecció entre la paràbola $y = -x^2 + 2x + 3$ i la recta $y = 2x + 1$

VECTORS. GEOMETRIA ANALÍTICA

- Digues, de manera raonada, quines d'aquestes afirmacions són vertaderes i quines són falses:
 - Dos vectors amb direccions diferents no es poden sumar
 - Dos vectors oposats tenen la mateixa direcció
 - Si $\vec{u} = k\vec{v}$ i k és negatiu, aleshores \vec{u} i \vec{v} tenen diferent direcció
 - Si $\vec{u} = -\vec{v}$ aleshores \vec{u} i \vec{v} tenen el mateix mòdul
- Tenim tres punts de coordenades $A(3,-1)$, $B(4,6)$ i $C(0,0)$. Calcula les coordenades del punt $D(x, y)$ perquè els vectors \vec{AB} i \vec{CD} siguin iguals.
- Esbrina el valor de m perquè es trobin alineats els punts $P = (1,4)$, $Q = (5,-2)$ i $R = (6,m)$
- Donada la recta $y = \frac{-3}{5}x + 1$
 - Calcula un vector director seu tal que cap de les seves dues components siguin un nombre fraccionari.
 - Calcula el mòdul del vector director calculat a l'apartat a.
- Calcula l'equació, en totes les formes possibles, de la recta r que passa pel punt $P = (1, 3)$ i és paral·lela a la recta $5x - 4y + 3 = 0$.
- Donat el vector $\vec{v} = (2,-3)$ i $\vec{w} = (m,-2)$ troba:
 - El valor de 'm', perquè els vectors \vec{v} i \vec{w} siguin perpendiculars.
 - Si el vector \vec{v} comença al punt $A(-1,3)$, en quin punt acaba?
 - Troba el punt mitjà de $B(-1,4)$ respecte de $C(2,3)$.
- Calcula l'equació de la recta, de totes les maneres possibles, si sabem que passa pels punts $A(5,2)$ i $B(3,-1)$.
- Sabent que els punts $A(1,-2)$; $B(-1,2)$ i $C(m,6)$ estan alineats, troba el valor de 'm'.
- Realitza analíticament aquesta operació de vectors:
 - $\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c}$, on $\vec{a} = (4,2)$, $\vec{b} = (-1,-3)$ i $\vec{c} = (-2,4)$
- Calcula el pendent i un vector direcció d'una recta perpendicular a la que passa per $A(3,1)$ i $B(-5,-1)$
 - Calcula la distància entre els punts A i B